《中级微观经济学》PS8

授课教师： 徐化愚 学生姓名： 岳羽辰 学号： 2310120106

Due： 不批阅

题目：Homework 13

Albert has a utility function for goods X and Y given by $u_A(X_A, Y_A) = X_A + 2Y_A$, while Beatrice's utility function is $u_B(X_B, Y_B) = \min\{2X_B, Y_B\}$. Suppose that Albert's endowment is $(X_A^\varepsilon, Y_A^\varepsilon) = (6, 5)$, and Beatrice's endowment is $(X_B^\varepsilon, Y_B^\varepsilon) = (4, 3)$.

Albert 对商品 X 和 Y 的效用函数为 $U_A(X_A, Y_A) = X_A + 2Y_A$，而 Beatrice 的效用函数为 $U_B(X_B, Y_B) = \min\{2X_B, Y_B\}$。假设 Albert 的禀赋为 $(X_A^\varepsilon, Y_A^\varepsilon) = (6, 5)$，Beatrice 的禀赋为 $(X_B^\varepsilon, Y_B^\varepsilon) = (4, 3)$。

1. Sketch the Edgeworth box with X on the horizontal axis and Y on the vertical axis, and with Albert's origin in the lower left and Beatrice's origin in the upper right.

绘制埃奇沃斯盒，商品 X 在横轴，商品 Y 在纵轴，Albert 原点在左下角，Beatrice 原点在右上角。

2. Indicate the endowment point and sketch in the indifference curves through the endowment.

在图中标记初始禀赋点，并画出两位消费者通过该点的无差异曲线。

3. Indicate the set of Pareto Efficient points.

标出所有帕累托有效点的集合。

4. What does Pareto efficiency tell you about the equilibrium price ratio?

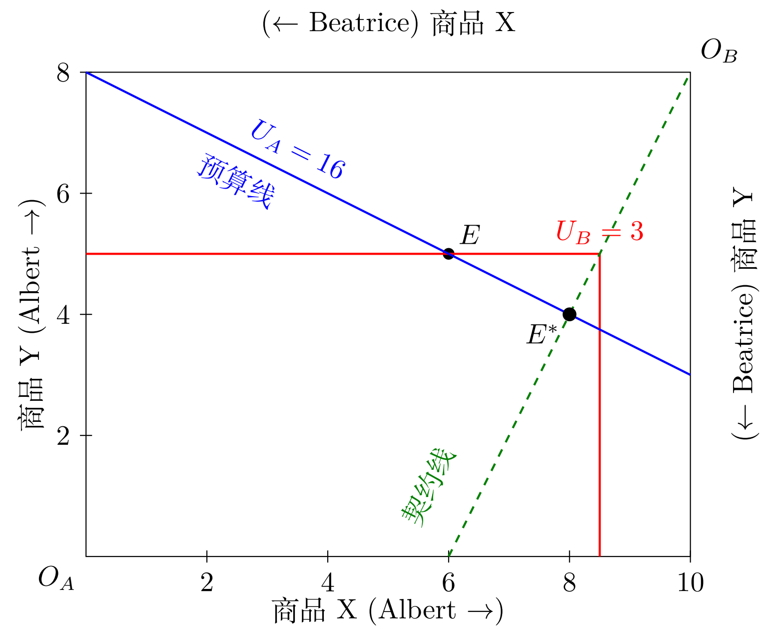
帕累托效率对均衡价格比率有何启示？

5. Calculate the competitive equilibrium, and graph in the budget line and indicate the equilibrium allocation in your sketch.

计算竞争性均衡，并在图中标出预算线和均衡配置点。

解答

1-3. 埃奇沃斯盒、禀赋点 (E)、通过 E 的无差异曲线、帕累托有效集（契约线）、预算线和最终的竞争均衡点 (E*)。



4. 帕累托效率与均衡价格比率

在竞争均衡中，所有参与者在给定的价格下面对相同的预算线 (绕初始禀赋点 E 旋转)，并最大化各自的效用。均衡配置必须是帕累托有效的。这意味着在均衡点，所有消费者的边际替代率（MRS）必须等于价格比率 p_X/p_Y。

Albert 的边际替代率是恒定的：

$$MRS_A = \frac{MU_{X_A}}{MU_{Y_A}} = \frac{1}{2}$$

由于均衡配置必须是帕累托有效的，并且 Albert 的 MRS 在任何地方都等于 1/2，因此均衡价格比率必须等于 Albert 的 MRS。

$$\frac{p_X}{p_Y} = MRS_A = \frac{1}{2}$$

如果价格比率不是 1/2，Albert 将会只消费一种商品（角点解），但这通常无法实现市场出清。因此，帕累托效率告诉我们，均衡价格比率必然是 $p_X/p_Y = 1/2$。

---

5. 竞争性均衡计算

根据上一部分的分析，我们知道均衡价格比率 $\frac{p_X}{p_Y} = \frac{1}{2}$。为方便计算，我们设定 $p_X = 1$ 和 $p_Y = 2$。

预算约束: 每个消费者的预算由其初始禀赋的价值决定。

- Albert 的财富: $M_A = p_X X_A^\varepsilon + p_Y Y_A^\varepsilon = (1)(6) + (2)(5) = 16$。
- Beatrice 的财富: $M_B = p_X X_B^\varepsilon + p_Y Y_B^\varepsilon = (1)(4) + (2)(3) = 10$。

因此，他们的预算线分别为：

- Albert: $X_A + 2Y_A = 16$
- Beatrice: $X_B + 2Y_B = 10$

注意到，Albert 的预算线恰好是他穿过禀赋点的无差异曲线。

求解需求:

- **Albert**: 由于他的预算线和无差异曲线重合，预算线上任何一点都能使其效用最大化。他的具体消费点将由 Beatrice 的需求决定（通过市场出清）。
- **Beatrice**: 她希望最大化 $U_B = \min\{2X_B, Y_B\}$，服从于预算约束 $X_B + 2Y_B = 10$。她的最优选择总是在 L 形曲线的拐点处，即满足 $Y_B = 2X_B$。
  将 $Y_B = 2X_B$ 代入她的预算约束：
  $$X_B + 2(2X_B) = 10 \implies 5X_B = 10 \implies X_B^* = 2$$
  因此，$Y_B^* = 2X_B^* = 2(2) = 4$。Beatrice 的需求为 $(X_B^*, Y_B^*) = (2, 4)$。

市场出清与均衡配置: 现在我们可以通过市场出清条件找到 Albert 的最终配置：

- $X_A^* = X - X_B^* = 10 - 2 = 8$
- $Y_A^* = Y - Y_B^* = 8 - 4 = 4$

因此，竞争性均衡配置为：

- **Albert**: $(X_A^*, Y_A^*) = (8, 4)$
- **Beatrice**: $(X_B^*, Y_B^*) = (2, 4)$

我们可以验证此点 $E^* = (8, 4)$ 位于预算线 $X_A + 2Y_A = 8 + 2(4) = 16$ 上，并且也位于契约线 $Y_A = 2X_A - 12$ 上，因为 $4 = 2(8) - 12$。此点已在图中标出。

题目 28.4

市场对豆芽的需求函数为 $P(Y)=100-2Y$，该行业中任意厂商的总成本函数为 $TC(y)=4y$。

(a) 该行业中任意厂商的边际成本是多少？产量增加一单位会使该厂商的价格发生怎样的变化？

(b) 如果豆芽行业是完全竞争的，行业的产量和价格将分别是多少？

(c) 假设市场上有两个古诺厂商。厂商 1 的反应函数是什么？（提示：与课本中的例子不同，这里的边际成本不为零）。厂商 2 的反应函数是什么？如果厂商在古诺均衡点处经营，行业的总产量、每个厂商的产量以及市场价格分别是多少？

(d) 对古诺竞争的情况，在图示坐标系中画出两条反应曲线，并标出均衡点。

(e) 如果这两个厂商决定合谋，行业的产量和市场价格将是多少？

(f) 假设这两个合谋的厂商都生产相同的产量。如果其中一个合谋的厂商认为另一个厂商对于行业总产量的变化不会作出反应，那么如果该厂商将自己的产量增加一单位，该厂商的利润会发生什么变化？

(g) 假设一个厂商如斯塔克尔伯格领导者那样行动，另一个厂商如跟随者那样行动。领导者的最大化问题可以写为什么？解这一问题，领导者和跟随者生产的产量各为多少？这意味着行业的总产量和价格为多少？

解答

(a) 厂商的总成本函数为 $TC(y)=4y$。边际成本 (MC) 是总成本对产量的导数：

$$MC(y)=\frac{d(TC(y))}{dy}=\frac{d(4y)}{dy}=4$$

因此，该行业中任意厂商的边际成本都是一个常数，等于 4。

产量增加一单位时，由需求曲线知，价格变化为 -2。

(b) 在完全竞争行业中，均衡发生在市场价格等于边际成本处：

$$P=MC \implies P=4$$

要找到行业的总产量，我们将均衡价格代入市场需求函数 $P(Y)=100-2Y$：

$$4=100-2Y \implies 2Y=96 \implies Y=48$$

因此，在完全竞争条件下，行业的总产量为 **48**，市场价格为 **4**。

(c) 在古诺模型中，每个厂商都假设其他厂商的产量保持不变，然后选择自己的最优产量。设厂商 1 和 2 的产量分别为 y_1 和 y_2。行业总产量 $Y=y_1+y_2$。

厂商 1 的反应函数: 厂商 1 的利润 π_1 为其总收益减去总成本：

$$\pi_1(y_1,y_2)=P(y_1+y_2)\cdot y_1-TC(y_1)=(100-2(y_1+y_2))y_1-4y_1$$

$$\pi_1=100y_1-2y_1^2-2y_1y_2-4y_1=96y_1-2y_1^2-2y_1y_2$$

为了最大化利润，厂商 1 对 y_1 求导（视 y_2 为常数）并令其等于零：

$$\frac{\partial\pi_1}{\partial y_1}=96-4y_1-2y_2=0$$

解出 y_1，得到厂商 1 对厂商 2 产量的反应函数 $R_1(y_2)$：

$$4y_1=96-2y_2 \implies y_1=24-\frac{1}{2}y_2$$

厂商 2 的反应函数: 由于两个厂商的成本函数相同，问题是对称的。因此，厂商 2 的反应函数 $R_2(y_1)$ 与厂商 1 的形式相同：

$$y_2=24-\frac{1}{2}y_1$$

古诺均衡: 均衡点是两条反应函数的交点。我们将一个方程代入另一个:

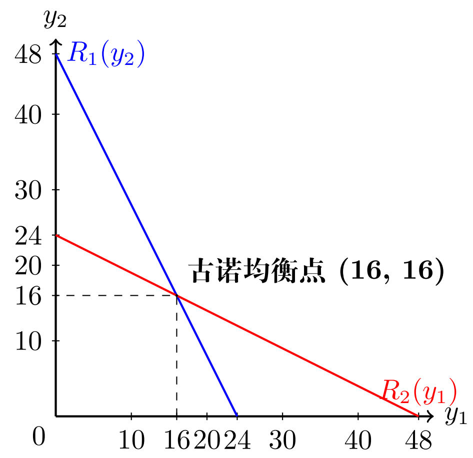
$$y_1 = 24 - \frac{1}{2}\left(24 - \frac{1}{2}y_1\right) = 24 - 12 + \frac{1}{4}y_1$$

$$\frac{3}{4}y_1 = 12 \implies y_1 = 16$$

由于对称性，$y_2 = 16$。因此，在古诺均衡点:

- 每个厂商的产量为：$\mathbf{y_1 = 16}$, $\mathbf{y_2 = 16}$。
- 行业的总产量为：$Y = y_1 + y_2 = 16 + 16 = \mathbf{32}$。
- 市场价格为：$P = 100 - 2(32) = 100 - 64 = \mathbf{36}$。

(d) 下图画出了两条反应曲线 $y_1 = 24 - 0.5y_2$ 和 $y_2 = 24 - 0.5y_1$，并标出了古诺均衡点 $(16, 16)$。



(e) 如果两个厂商合谋，他们会像一个单一的垄断者一样行事，最大化联合利润。联合利润 $\Pi = P(Y) \cdot Y - TC(Y) = (100 - 2Y)Y - 4Y = 96Y - 2Y^2$。为了最大化利润，我们对总产量 Y 求导并令其等于零。这等价于令边际收益 (MR) 等于边际成本 (MC)。总收益 $TR(Y) = 100Y - 2Y^2$，因此边际收益 $MR(Y) = 100 - 4Y$。

$$MR = MC \implies 100 - 4Y = 4 \implies 4Y = 96 \implies Y = 24$$

行业的总产量为 **24**。市场价格为 $P = 100 - 2(24) = 100 - 48 = \mathbf{52}$。

(f) 在合谋情况下，$Y = 24$，价格 $P = 52$。假设两厂商平分产量，则 $y_1 = y_2 = 12$。厂商 1 的初始利润为:

$$\pi_1 = P \cdot y_1 - TC(y_1) = 52 \cdot 12 - 4 \cdot 12 = 48 \cdot 12 = 576$$

现在，假设厂商 1 将自己的产量增加一单位到 $y_1' = 13$，而厂商 2 的产量保持在 $y_2 = 12$。新的行业总产量 $Y' = 13 + 12 = 25$。新的市场价格 $P' = 100 - 2(25) = 50$。厂商 1 的新利润为:

$$\pi_1' = P' \cdot y_1' - TC(y_1') = 50 \cdot 13 - 4 \cdot 13 = 46 \cdot 13 = 598$$

利润的变化为 $\Delta\pi_1 = 598 - 576 = 22$。因此，如果该厂商单方面将产量增加一单位，其利润会**增加 22**。这说明了在卡特尔中存在强烈的欺骗动机。

(g) 在斯塔克尔伯格模型中，厂商 1（领导者）知道厂商 2（跟随者）将如何根据其产量做出反应。跟随者的反应函数与古诺模型中相同：$y_2 = 24 - 0.5y_1$。

领导者的最大化问题可以写为，在已知跟随者反应的条件下，选择自己的产量 y_1 以最大化自身利润：

$$\max_{y_1} \pi_1 = [100 - 2\left(y_1 + R_2(y_1)\right)]\, y_1 - 4y_1$$

其中 $R_2(y_1) = 24 - 0.5y_1$。

为了**解这一问题**，我们将 y_2 的反应函数代入领导者（厂商 1）的利润函数中：

$$\pi_1(y_1) = [100 - 2\left(y_1 + (24 - 0.5y_1)\right)]\, y_1 - 4y_1$$

$$\pi_1(y_1) = [100 - 2(0.5y_1 + 24)]\, y_1 - 4y_1$$

$$\pi_1(y_1) = (100 - y_1 - 48)y_1 - 4y_1 = (52 - y_1)y_1 - 4y_1 = 52y_1 - y_1^2 - 4y_1$$

$$\pi_1(y_1) = 48y_1 - y_1^2$$

对 y_1 求导并令其等于零：

$$\frac{d\pi_1}{dy_1} = 48 - 2y_1 = 0 \implies y_1 = 24$$

领导者的产量为 $y_1 = 24$。跟随者的产量为 $y_2 = 24 - 0.5(24) = 24 - 12 = 12$。

因此，在斯塔克尔伯格均衡中：

- 领导者产量为 **24**，跟随者产量为 **12**。
- 行业总产量为 $Y = 24 + 12 = \mathbf{36}$。
- 市场价格为 $P = 100 - 2(36) = 100 - 72 = \mathbf{28}$。

题目 28.7

Alex 和 Anna 是澳大利亚悉尼销售袋鼠的唯一卖方。Anna 选择销售的袋鼠数量 q_1 能够最大化她的利润，并且 q_1 依赖于她所预期的 Alex 将会销售的袋鼠数。Alex 知道 Anna 将会如何反应，并且在考虑到这一信息后选择他自己的销售量 q_2。对袋鼠的反需求函数为 $P(q_1+q_2)=2000-2(q_1+q_2)$。饲养一只袋鼠出售要花费 400 美元。

(a) 在 Alex 和 Anna 的斯塔克尔伯格竞争中，谁是领导者，谁是跟随者?

(b) 如果 Anna 预期 Alex 将会销售 q_2 只袋鼠，那么如果她选择销售 q_1 只袋鼠，她自己的边际收益是多少?

(c) Anna 的反应函数 $R(q_2)$ 是什么?

(d) 如果 Alex 销售 q_2 只袋鼠，市场上销售的袋鼠总量（作为 q_2 的函数）是多少? 市场的价格（仅仅作为 q_2 的函数）将如何表示?

(e) 只作为 q_2 的函数，Alex 的边际收益是多少? 在均衡状态下，Alex 和 Anna 将分别销售多少只袋鼠，以及行业价格是多少?

解答

(a) Anna 的决策依赖对 Alex 产量的预期，故 **Anna 是跟随者**；Alex 知道 Anna 反应并做决策，故 **Alex 是领导者**。

(b) Anna（跟随者）的总收益 TR_1 为:

$$TR_1 = P \cdot q_1 = [2000 - 2(q_1+q_2)]q_1$$

她的边际收益 MR_1 是 TR_1 对 q_1 的偏导数:

$$MR_1 = \frac{\partial TR_1}{\partial q_1} = 2000 - 4q_1 - 2q_2$$

(c) Anna 的反应函数 $R(q_2)$ 通过令其边际收益等于边际成本 ($MR_1 = MC$) 得到:

$$2000 - 4q_1 - 2q_2 = 400$$

解出 q_1，可得反应函数:

$$q_1 = R(q_2) = 400 - 0.5q_2$$

(d) Alex（领导者）知道 Anna 的反应函数，因此可以将市场总量和价格表示为仅与自己产量 q_2 相关的函数。

- **市场总量**: $Q(q_2) = q_1 + q_2 = (400 - 0.5q_2) + q_2 = 400 + 0.5q_2$
- **市场价格**: $P(q_2) = 2000 - 2Q(q_2) = 2000 - 2(400 + 0.5q_2) = 1200 - q_2$

(e) Alex 的总收益 TR_2 是 $P(q_2) \cdot q_2$:

$$TR_2 = (1200 - q_2)q_2 = 1200q_2 - q_2^2$$

他的**边际收益** MR_2 是 TR_2 对 q_2 的导数:

$$MR_2 = 1200 - 2q_2$$

Alex 通过令自己的边际收益等于边际成本 ($MR_2 = MC$) 来确定其最优产量:

$$1200 - 2q_2 = 400 \implies q_2 = 400$$

由此可得均衡状态下的各个变量:

- **Alex 的产量 (领导者)**: $q_2 = \mathbf{400}$
- **Anna 的产量 (跟随者)**: $q_1 = 400 - 0.5(400) = \mathbf{200}$
- **行业价格**: $P = 1200 - q_2 = 1200 - 400 = \mathbf{800}$

题目 28.8
考虑具有如下结构的行业。该行业中有 50 家厂商，其行为都是完全竞争的，并且有相同的成本函数 $c(y)=y^2/2$。该行业还有一家垄断厂商，其边际成本为零。产品的需求函数为 $D(p)=1000-50p$。
(a) 一个竞争性厂商的供给曲线是什么？当价格为 p 时，竞争性部门的总供给 $S(p)$ 是多少？
(b) 如果垄断厂商将价格定为 p，它能够销售的量（即剩余需求）$D_m(p)$ 是多少？
(c) 垄断厂商实现利润最大化的产量 y_m 和价格分别是多少？
(d) 在垄断厂商制定的价格水平下，竞争性部门所提供的产量是多少？该行业销售的总产量是多少？

解答

(a) 对于一个竞争性厂商，其供给曲线由 $p=MC(y)$ 决定。

$$MC(y)=\frac{d}{dy}\left(\frac{y^2}{2}\right)=y$$

因此，单个厂商的供给曲线为 $y(p)=p$。

竞争性部门的总供给 $S(p)$ 是 50 家厂商的供给之和：

$$S(p)=50\cdot y(p)=50p$$

(b) 垄断厂商面对的剩余需求 $D_m(p)$ 是市场总需求减去竞争性部门的供给：

$$D_m(p)=D(p)-S(p)=(1000-50p)-50p$$

$$D_m(p)=1000-100p$$

(c) 为了求解垄断厂商的利润最大化问题，我们先从其剩余需求函数中找到反需求函数 $p(y_m)$。设垄断者产量为 y_m：

$$y_m=1000-100p \implies p(y_m)=10-0.01y_m$$

垄断厂商的边际收益 MR_m 为：

$$MR_m=\frac{d}{dy_m}(p(y_m)\cdot y_m)=10-0.02y_m$$

根据利润最大化原则 $MR_m=MC_m$，且已知 $MC_m=0$：

$$10-0.02y_m=0 \implies y_m=500$$

对应的市场价格为：

$$p=10-0.01(500)=5$$

因此，垄断厂商的产量为 $\mathbf{y_m=500}$，价格为 $\mathbf{p=5}$。

(d) 在垄断厂商制定的价格 $p=5$ 水平下：

- **竞争性部门的产量**是 $S(p)$ 在该价格下的值：

$$S(5)=50\cdot 5=250$$

- **行业的总产量**是垄断厂商和竞争性部门的产量之和：

$$Y_{total}=y_m+S(5)=500+250=750$$

题目 28.9

考虑一个有一家大厂商和许多家小厂商的市场。小厂商的供给函数加总起来为 $S(p) = 100 + p$。对产品的需求函数为 $D(p) = 200 - p$。那一家大厂商的成本函数是 $c(y) = 25y$。

(a) 假设大厂商被迫生产零单位的产量，此时市场的均衡价格和均衡产量分别是多少?

(b) 假设现在大厂商试图利用自己的垄断力，并且定了一个利润最大化的价格。为了模型化这一点，我们假设消费者总是先到竞争性部门去购买他们能够买到的尽量多的产品，然后才到大厂商那里去购买。在这种情况下，均衡价格、大厂商供给的产量以及竞争性厂商供给的均衡产量将分别是多少?

(c) 在这种均衡下，大厂商的利润将是多少?

(d) 最后，假设大厂商能够将竞争性厂商逼出市场，并作为纯粹的垄断者行动。此时的均衡价格、均衡产量以及大厂商的利润分别是多少?

解答

(a) 如果大厂商不生产，市场均衡由竞争性供给等于市场需求决定。

$$S(p) = D(p) \implies 100 + p = 200 - p \implies 2p = 100$$

解得均衡价格为 $\mathbf{p = 50}$。

将价格代入需求函数得到均衡产量:

$$Q = D(50) = 200 - 50 = \mathbf{150}$$

(b) 大厂商作为主导厂商，其面对的剩余需求 $D_L(p)$ 是市场总需求减去竞争性部门的供给:

$$D_L(p) = D(p) - S(p) = (200 - p) - (100 + p) = 100 - 2p$$

设大厂商的产量为 y_L，我们从其剩余需求中找到反需求函数 $p(y_L)$:

$$y_L = 100 - 2p \implies p(y_L) = 50 - 0.5y_L$$

大厂商的边际收益 MR_L 为:

$$MR_L = 50 - y_L$$

根据利润最大化原则 $MR_L = MC_L$:

$$50 - y_L = 25 \implies y_L = 25$$

因此，**大厂商供给的产量为 25**。

对应的市场**均衡价格**为:

$$p = 50 - 0.5(25) = 50 - 12.5 = \mathbf{37.5}$$

在该价格下，**竞争性厂商供给的产量**为:

$$S(37.5) = 100 + 37.5 = \mathbf{137.5}$$

(c) 大厂商的利润 π_L 是其总收益减去总成本，即 (价格 - 边际成本) $\times$ 产量:

$$\pi_L = (p - MC_L) \cdot y_L = (37.5 - 25) \cdot 25$$

$$\pi_L = 12.5 \cdot 25 = \mathbf{312.5}$$

(d) 如果大厂商成为纯粹的垄断者，它将面对整个市场需求 $D(p) = 200 - p$。反需求函数为 $p(Y) = 200 - Y$。对应的边际收益为 $MR_M = 200 - 2Y$。根据利润最大化原则 $MR_M = MC_L$:

$$200 - 2Y = 25 \implies 2Y = 175 \implies Y = 87.5$$

此时，**均衡产量为 87.5**。

对应的**均衡价格**为:

$$p = 200 - 87.5 = \mathbf{112.5}$$

大厂商的利润为:

$$\pi_M = (p - MC_L) \cdot Y = (112.5 - 25) \cdot 87.5$$

$$\pi_M = 87.5 \cdot 87.5 = \mathbf{7656.25}$$

题目 38.3

俄亥俄州的 Enigma 有两种类型的工人：Klutzes，这种类型的工人每个月的劳动力价值为 1,000 美元；Kandos，这种类型的工人每个月的劳动力价值为 2,500 美元。Enigma 所拥有的 Klutzes 类型的工人人数正好是 Kandos 类型的两倍。Klutzes 看起来和 Kandos 没什么不同，并且 Klutzes 都是撒谎的行家。如果你问他们，他们都会说自己是 Kandos，Kandos 总是说真话。监督个人的工作成效的成本太高，所以不值得这么做。过去，人们没有办法区分这两种类型的工人，所以每个工人的工资都相同。如果劳动力市场是竞争性的，那么这一工资水平是多少？

(a) 有一个教授喜欢每个月给某个小企业的雇员们做一次有关宏观经济学和个人卫生问题的免费讲座。这些讲座对生产率并没有影响，但是 Klutzes 和 Kandos 都认为这些讲座十分的枯燥无聊。对 Klutzes 来说，每小时的讲座和弄丢了 100 美元的感觉一样糟糕。对 Kandos 来说，每小时的讲座相当于弄丢了 50 美元。假设该企业给每位雇员每月增加 55 美元的工资，但是要求每位雇员都参加讲座。在这种情况下，该企业的劳动力构成会发生什么变化？其雇员的平均生产率又会发生什么变化？

(b) 另一个企业主注意到，听了讲座的工人比没有听讲座的工人的生产率更高。因此他试图从自己最初的雇员中将低生产率工人排除出去。因为所有愿意去听讲座的工人都是 Kandos，所以他们的工资被提升到了多少？

(c) 在看到 "自己的讲座对劳动生产率的影响" 后，教授决定扩大自己的影响力。他找到了一个很大的礼堂，他可以在这里为所有愿意听他讲座的工人演说。如果根据第一个小企业生产率提高的事实，雇主们认为听教授的讲座能够提高生产率，并且相应地也对参加讲座提供津贴，那么谁将会参加这种讲座？看到这一结果以后，雇主们会将参加讲座的人的工资提高到多少？

(d) 你对教授对大型讲座的结果十分失望，认为如果自己每个月多做一些讲座，他的学生就会 "学到更多的东西"。因此他决定每个月做 20 小时的讲座。现在，是否存在如下的均衡：所有的 Kandos 都选择听讲座，所有的 Klutzes 都选择不听讲座，并且选择听讲座的工人工资依赖于他们真实的生产率？

(e) 能够维持分离均衡的讲座，其最短时间是多少小时？

解答

初始问题: 在无法区分工人类别的情况下，竞争性市场中的工资水平是多少？

在这种混合均衡（pooling equilibrium）中，所有工人的工资都等于他们的平均生产率。

$$\text{平均生产率} = \left(\frac{2}{3} \times V_C\right) + \left(\frac{1}{3} \times V_K\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3} \times 1000\right) + \left(\frac{1}{3} \times 2500\right) = \frac{2000}{3} + \frac{2500}{3} = \frac{4500}{3} = 1500$$

因此，初始的统一工资水平是 **$1,500**。

(a) 企业提供 $55 的工资增长，要求雇员参加 1 小时的讲座。我们分析两类工人的净收益：

- **Klutzes 的净收益**: $\$55 - C_C(1\text{小时}) = \$55 - \$100 = -\$45$。他们不会参加。
- **Kandos 的净收益**: $\$55 - C_K(1\text{小时}) = \$55 - \$50 = \$5$。他们将会参加。

劳动力构成的变化: 只有 Kandos 会接受这个提议并参加讲座。因此，该企业的劳动力将**只由 Kandos 构成**。

平均生产率的变化: 该企业的员工平均生产率将从 $1,500 (混合) 变为 **$2,500** (纯 Kandos)。

(b) 另一个企业主观察到参加讲座的工人都是 Kandos (高生产率)。为使这类型工人愿意参加讲座，其净收益达到 (a) 中的大小便可吸引 Kandos 就业，故这位企业主应把他们的工资提升到

$$2500 + 5 = \mathbf{2505} \quad \text{美元}$$

(c) 如果所有雇主都认为参加讲座代表高生产率，并提供更高的工资，那么所有工人都会根据自身成本和收益决定是否参加。假设雇主为参加讲座者提供 \$2,500 的工资，不参加者提供 \$1,000 的工资。

- **Klutzes 的动机**: 参加讲座的净收益是 $\$2,500 - \$100 = \$2,400$，远高于不参加的 \$1,000。他们会参加。
- **Kandos 的动机**: 参加讲座的净收益是 $\$2,500 - \$50 = \$2,450$，也远高于不参加的 \$1,000。他们也会参加。

谁会参加: 所有类型的工人都会参加讲座。

雇主的反应: 雇主们会发现，参加讲座的工人团体与普通人群没有区别（仍然是 2/3 的 Klutzes 和 1/3 的 Kandos）。因此，参加讲座不再是高生产率的有效信号。雇主们会将参加讲座的人的工资调整为该群体的平均生产率，即 **\$1,500**。工作溢价消失。

(d) 现在讲座时间增加到 20 小时。我们需要检验是否存在一个分离均衡（separating equilibrium），即 Kandos 选择参加，而 Klutzes 选择不参加。在这种均衡中，参加者的工资为 $W_A = \$2,500$，不参加者的工资为 $W_N = \$1,000$。

讲座总成本:

- **对 Kandos**: $20 \times \$50 = \$1,000$
- **对 Klutzes**: $20 \times \$100 = \$2,000$

检验均衡条件:

- **Kandos 的选择**: 比较参加的净工资 ($\$2,500 - \$1,000 = \$1,500$) 和不参加的工资 ($\$1,000$)。因为 $\$1,500 > \$1,000$，他们会选择参加。
- **Klutzes 的选择**: 比较参加的净工资 ($\$2,500 - \$2,000 = \$500$) 和不参加的工资 ($\$1,000$)。因为 $\$500 < \$1,000$，他们会选择不参加。

两个条件都满足。因此，**存在这样的分离均衡**。

(e) 为了维持分离均衡，讲座时间 h 必须同时满足两个条件:

(a) **Klutzes 不愿模仿 (Self-selection constraint for Klutzes)**:

$$W_A - C_C(h) \leq W_N \implies \$2,500 - 100h \leq \$1,000 \implies 1500 \leq 100h \implies h \geq 15$$

(为了阻止 Klutzes 参加，讲座时间必须至少为 15 小时。)

(b) **Kandos 愿意参加 (Individual rationality for Kandos)**:

$$W_A - C_K(h) \geq W_N \implies \$2,500 - 50h \geq \$1,000 \implies 1500 \geq 50h \implies h \leq 30$$

(Kandos 只愿意参加不超过 30 小时的讲座。)

为了同时满足这两个条件，讲座时间 h 必须在 $[\mathbf{15}, \mathbf{30}]$ 的区间内。能够维持分离均衡的**最短时间是 15 小时**。

题目 38.5

在密歇根州的 Rustbucket，有 200 人希望卖掉自己的旧车。所有人都知道这些车中有 100 辆是“次品”，另 100 辆是“好质量车”。问题是除了原来的车主外，没有人知道哪辆车是哪种类型的。次品的车主愿意以高于 200 美元的价格处理掉自己的车。好质量车的车主愿意以高于 1500 美元的价格卖掉自己的车，但是如果价格低于 1500 美元，他们就不会卖。该地有大量的愿意以 2500 美元的价格购买好质量旧车，以 300 美元的价格购买次品的买主。当这些买主不确定自己所购买的汽车的质量时，他们愿意在自己已知的信息条件下，支付汽车的期望价格。

(a) 如果 Rustbucket 的 200 辆旧车（100 辆好车，100 辆次品）都在市场上出售，买方愿意为一辆随机的旧车支付多少钱？在此价格下，好质量车的车主愿意卖出自己的车吗？是否存在一个所有旧车都能被卖出的均衡？请描述在这种情况下，Rustbucket 的旧车市场上将会产生的最终均衡。

(b) 现在假设市场上有 120 辆好质量车和 80 辆次品车，并且所有人都知道这个比例。在这种情况下，买方愿意为一辆随机的旧车支付多少钱？在此价格下，好质量车的车主愿意卖出自己的车吗？是否存在一个所有旧车都能被卖出的均衡？是否存在一个只有次品车被卖出的均衡？请描述此时 Rustbucket 的旧车市场可能会出现的不同均衡状态。

解答

(a) 在此情景下，市场上有 100 辆好车和 100 辆次品。

第一步：假设所有车都在市场上，计算买方的期望价格。市场上任选一辆车是好车和次品的概率都是 50%。买方愿意支付的期望价格 $E(V)$ 为：

$$E(V) = (0.5 \times P_{B,Good}) + (0.5 \times P_{B,Lemon}) = (0.5 \times 2500) + (0.5 \times 300) = 1250 + 150 = \$1400$$

第二步：检验该价格下是否存在均衡。如果市场价格为 \$1400：

- 次品车主是否愿意卖？愿意，因为 $\$1400 > \$200$。
- 好质量车主是否愿意卖？**不愿意**，因为市场价格 \$1400 低于他们的保留价格 \$1500。

由于好质量车的车主会退出市场，最初“所有车都在出售”的假设不成立。因此，**不存在一个所有旧车都能被卖出的均衡**。

最终均衡的描述: 理性的买方会预见到好质量车将不会在 \$1400 的价格水平上出售。因此，他们会断定市场上实际出售的将只有次品。此时，市场只剩下 100 辆次品。买方确信自己买到的一定是次品，所以他们只愿意支付 \$300。在这个价格上，次品车主愿意出售（因为 $\$300 > \$200$）。

最终的均衡是：**只有 100 辆次品被交易，市场价格为 \$300**。

(b) 现在，市场上有 120 辆好车和 80 辆次品。总数为 200 辆。

第一步：假设所有车都在市场上，计算买方的期望价格。好车的概率是 $120/200 = 0.6$，次品的概率是 $80/200 = 0.4$。

$$E(V) = (0.6 \times 2500) + (0.4 \times 300) = 1500 + 120 = \$1620$$

第二步：检验该价格下是否存在均衡。如果市场价格为 \$1620：

- 次品车主是否愿意卖？愿意，因为 $\$1620 > \$200$。
- 好质量车主是否愿意卖？**愿意**，因为市场价格 \$1620 高于他们的保留价格 \$1500。

可能出现的不同均衡状态: 由于在该期望价格下，所有车主都愿意出售，这使得市场可能存在两种基于买方信念的均衡状态。

(a) **存在一个所有旧车都能被卖出的均衡（混合均衡）**。如果买方相信市场上有 120 辆好车和 80 辆次品（即他们持乐观态度），他们愿意支付 \$1620。在这个价格下，所有车主确实都愿意出售，这证实了买方的初始信念。因此，一个稳定的均衡是：**全部 200 辆车以 \$1620 的价格成交**。

(b) **存在一个只有次品车被卖出的均衡（分离均衡）**。是的，这种可能性也存在。如果买方由于某种原因持有悲观的信念，认为“只有次品车主才会出来卖车”，那么他们将只愿意为一辆车支付 \$300。在这个价格下，好质量车的车主（保留价格 \$1500）确实不会出售，只有次品车主会出售。这样一来，买方的悲观信念得到了自我实现和证实。因此，另一个稳定的均衡是：**只有 80 辆次品车以 \$300 的价格成交**。

题目 38.7

在乔治亚州的 Pot Hole, 有 1000 人想要出售自己的旧车。这些车的质量各异。原来的车主确切地知道自己的车值多少钱。对潜在的买主来说，购买之前所有的旧车看起来都一个样，直到购买之后，他们才能发现旧车的真实价值。对于介于 0 和 2000 之间的任意值 X, 质量低于 X 的旧车数为 X/2。如果旧车的质量为 X, 那么其原车主将愿意以任意高于 X 的价格出售旧车。如果买主知道某辆旧车的质量为 X, 她将愿意以 X+500 的价格购买。当买主不确定旧车的质量时，在已知市场上旧车质量分布的条件下，他们将愿意支付旧车的预期价值。

(a) 假设每个人都知道 Pot Hole 的所有旧车都在出售。旧车将以什么价格出售？在此价格下，每个旧车车主都愿意卖出自己的车吗？最终哪一种旧车将会出现在市场上？

(b) 令 X^* 表示介于 0 和 2000 之间的某个临界值。假设所有质量低于 X^* 的旧车都被售出，而所有质量高于 X^* 的旧车则没有售出。在这种情况下，买主愿意为一辆随机的待售旧车支付多少钱？在此价格下，哪些质量区间的旧车将被售出？

(c) 请写出一个能求出均衡临界值 X^* 的方程，该方程的条件是：买方愿意支付的价格刚好能够诱使所有质量低于 X^* 的旧车进入市场。然后，根据该方程求出 X^* 的均衡值。

解答

(a) **第一步：假设所有车都在市场上，计算买方的期望价格**。由于质量 X 在 $[0, 2000]$ 上均匀分布，一辆随机汽车的期望质量 $E[X]$ 为该区间的中点：

$$E[X] = \frac{0 + 2000}{2} = 1000$$

买方愿意支付的价格 P 是期望质量加上 500：

$$P = E[X] + 500 = 1000 + 500 = \$1500$$

第二步：检验市场反应。在此价格水平 $P = \$1500$ 下，只有质量 $X \leq 1500$ 的车主愿意出售。而质量高于 1500 的车主将会退出市场。

结论: “所有旧车都在出售”的假设不成立，因此**不存在一个所有旧车都能被卖出的均衡**。高质量汽车的退出会进一步拉低市场的期望质量和价格，导致更多车主退出，最终只有质量最差的汽车才会被交易，甚至市场完全失灵。

(b) 假设市场上只有质量在 $[0, X^*]$ 区间内的汽车出售。

- **买方愿意支付的价格**: 在该区间内，汽车的期望质量为 $E[X|X \leq X^*] = X^*/2$。因此，买方愿意支付的价格 P 为：

$$P = E[X|X \leq X^*] + 500 = \frac{X^*}{2} + 500$$

- **将被售出的汽车质量区间**: 在此价格 P 水平下，所有质量满足 $X \leq P$ 的车主都愿意出售。因此，将被售出的汽车质量区间为：

$$\left[0, \quad \frac{X^*}{2} + 500\right]$$

(c) 在均衡状态下，买方愿意支付的价格 P，必须刚好等于市场上最后一个（质量最高的）卖家的保留价格 X^*。这个条件确保了产生价格的市场假设与市场在此价格下的实际行为是一致的。

均衡方程:

$$P = X^*$$

将 (b) 中得到的价格公式代入，我们得到：

$$X^* = \frac{X^*}{2} + 500$$

求解均衡值 X^*:

$$X^* = \mathbf{1000}$$

这意味着，在均衡状态下，**只有质量在 0 到 1000 之间的汽车会被交易**，此时的市场价格将是 \$1000。