《中级微观经济学》PS7

授课教师：徐化愚　　学生姓名：岳羽辰　　学号：2310120106

Due：2025.6.4

题目：Homework 12

Aris and Logan share an apartment. They have both been very busy with classes over the past month and the common space has become messy. Aris's parents are coming to visit this weekend and so they've decided it's a good time to clean up. Both Aris and Logan choose how many minutes to clean: X_A and X_L, respectively. The percentage of common space that they successfully clean depends on how many minutes they clean and is given by the function $f(X_A, X_L) = \frac{1}{15}(12X_AX_L - 2(X_A + X_L)^2)$. Because Aris's parents are coming to visit, he cares a bit more about how clean the space is. His utility is given by $U_A(X_A, X_L) = \frac{15}{2}f(X_A, X_L) - 30X_A$. Logan cares a little less but is also quicker at cleaning. His utility is given by $U_L(X_A, X_L) = \frac{15}{4}f(X_A, X_L) - 15X_L$. In the Nash equilibrium, how many minutes does each roommate clean? What percentage of the common space do they successfully clean?

Aris 和 Logan 合租一套公寓。过去一个月他们都忙于上课，公共区域变得很凌乱。Aris 的父母本周末要来拜访，所以他们决定现在是打扫卫生的好时机。Aris 和 Logan 都选择打扫多少分钟：分别为 X_A 和 X_L。他们成功打扫的公共区域的百分比取决于他们打扫的分钟数，由函数 $f(X_A, X_L) = \frac{1}{15}(12X_AX_L - 2(X_A + X_L)^2)$ 给出。因为 Aris 的父母要来拜访，他更在意空间的整洁程度。他的效用函数为 $U_A(X_A, X_L) = \frac{15}{2}f(X_A, X_L) - 30X_A$。Logan 对整洁的在乎程度稍低，但打扫速度更快。他的效用函数为 $U_L(X_A, X_L) = \frac{15}{4}f(X_A, X_L) - 15X_L$。在纳什均衡中，每个室友各打扫多少分钟？他们成功打扫的公共区域的百分比是多少？

解答

将 $f(X_A, X_L)$ 代入效用函数：

$$U_A = 6X_AX_L - (X_A + X_L)^2 - 30X_A$$

$$U_L = 3X_AX_L - \frac{1}{2}(X_A + X_L)^2 - 15X_L$$

对 U_A 和 U_L 分别求偏导并令其为零：

对于 Aris：

$$\frac{\partial U_A}{\partial X_A} = 6X_L - 2(X_A + X_L) - 30 = 0$$

得 Aris 的反应函数：

$$X_A = 2X_L - 15$$

对于 Logan：

$$\frac{\partial U_L}{\partial X_L} = 3X_A - (X_A + X_L) - 15 = 0$$

得 Logan 的反应函数：

$$X_L = 2X_A - 15$$

联立上述反应方程，代入解得：

$$X_L = 15$$

$$X_A = 15$$

计算公共区域的清洁百分比：

$$f(15, 15) = \frac{1}{15}(12 \cdot 15 \cdot 15 - 2 \cdot (15 + 15)^2) = \frac{1}{15}(2700 - 1800) = 60\%$$

答：在纳什均衡中，Aris 和 Logan 各打扫 **15** 分钟，成功打扫的公共区域的百分比为 **60**%。

题目 32.4

某个小型交换经济只有两个消费者 Ken 和 Barbie，两种商品乳蛋饼和葡萄酒。Ken 的初始禀赋是 3 单位的乳蛋饼和 2 单位的葡萄酒。Barbie 的初始禀赋是 1 单位的乳蛋饼和 6 单位的葡萄酒。Ken 和 Barbie 的效用函数相同。我们将 Ken 的效用函数表示为 $U(Q_K, W_K) = Q_K W_K$，将 Barbie 的效用函数表示为 $U(Q_B, W_B) = Q_B W_B$，其中 Q_K 和 W_K 是 Ken 所消费的乳蛋饼和葡萄酒的量，Q_B 和 W_B 是 Barbie 所消费的乳蛋饼和葡萄酒的量。

(a) 在下面画一个埃奇沃思方框图以表示这种情形。以横轴表示乳蛋饼，纵轴表示葡萄酒。从埃奇沃思方框图的左下角开始衡量 Ken 的消费量，从右上角开始衡量 Barbie 的消费量。(一定要使埃奇沃思方框图的长度等于乳蛋饼的总供给量，高度等于葡萄酒的总供给量。) 在图中找出初始配置点，并标为 W。在埃奇沃思方框图的边框上，标出两个消费者初始禀赋中乳蛋饼和葡萄酒的量。

(b) 用蓝笔画出 Ken 的一条效用为 6 的无差异曲线。用红笔画出 Barbie 的一条效用为 6 的无差异曲线。

(c) 在两个消费者对两种商品的消费量都为正的任意帕累托最优点处，Ken 在乳蛋饼和葡萄酒之间的边际替代率必须等于 Barbie 的。写出表示这一条件的方程，用每个人所消费的每种商品的量来表示这一方程。

(d) 在上图中，画出帕累托有效率的点的轨迹。(提示：如果这两个人消费的两种商品的比例必须彼此相等，并且他们总共消费的葡萄酒的量必须是乳蛋饼的两倍，那么这一比例必须是多少？)

(e) 在本例中，在两个消费者的两种消费量都为正的任意帕累托有效率配置中，Ken 的无差异曲线的斜率为多少？因此，既然我们知道竞争性均衡一定是帕累托有效率的，那么我们就知道在竞争性均衡处，$p_Q/p_W =$? 。

(f) 在竞争性均衡处，Ken 的消费束一定是？Barbie 的消费束呢？(提示：上面已经求出了竞争性均衡的价格。已知 Ken 的初始禀赋，已知均衡价格。均衡时，Ken 的收入一定等于他的初始禀赋在均衡价格下的价值。已知他的收入和价格，就可以求出竞争性均衡时他的需求量。求出了 Ken 的消费量，并且已知 Ken 和 Barbie 的总消费量等于他们的总禀赋量，就可以很容易地求出 Barbie 的消费量。)

(g) 在 Ken 和 Barbie 的埃奇沃思方框图中，标出竞争性均衡的配置点，并且 (用黑笔) 画出 Ken 的竞争性预算线。

解答

(c) 帕累托最优条件：

$$W_K/Q_K = W_B/Q_B$$

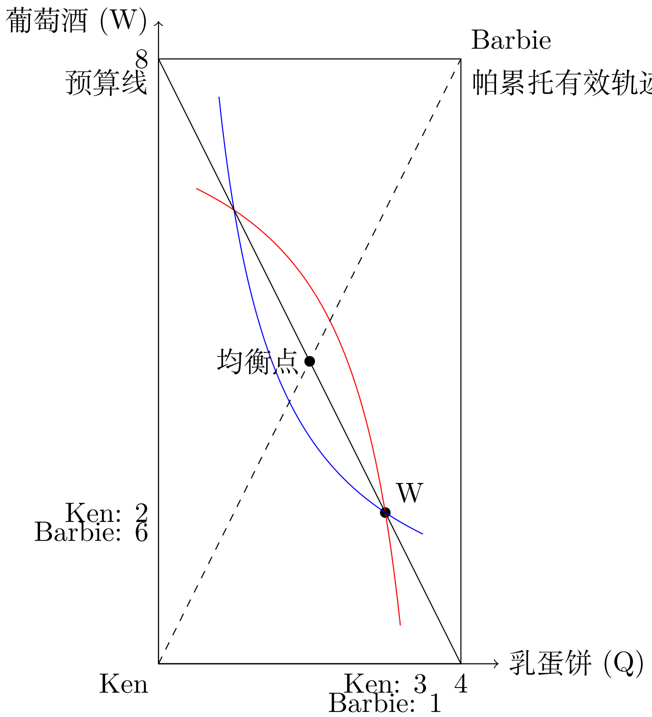
(e) Ken 的无差异曲线斜率为 -2，竞争性均衡处 $p_Q/p_W = 2$

(f) 竞争性均衡处，消费束分别为

$$(Q_K, W_K) = (2, 4), \quad (Q_B, W_B) = (2, 4)$$

(g) 竞争性均衡配置点为 (f) 中消费束，竞争性预算线为

$$2Q + W = 8$$



题目 32.5

Linus Straight 的效用函数为 $U(a,b)=a+2b$，其中 a 是他苹果的消费量，b 是他香蕉的消费量。Lucy Kink 的效用函数是 $U(a,b)=\min\{a,2b\}$。Lucy 初始时有 12 个苹果，没有香蕉。Linus 初始时有 12 个香蕉，没有苹果。在下面的埃奇沃思方框图中，从右上角开始衡量 Lucy 的消费量，从左下角开始衡量 Linus 的消费量。在图中用字母 E 标出初始禀赋点。用红笔画出 Lucy 的两条无差异曲线，用蓝笔画出 Linus 的两条无差异曲线。用黑笔画一条通过所有的帕累托最优配置点的直线。

(a) 在该经济中，竞争性均衡时，苹果和香蕉的价格之比一定等于?

(b) 令 a_S 表示 Linus 消费的苹果量，b_S 表示他消费的香蕉量。竞争性均衡时，Linus 的消费必须满足预算约束，a_S+________________$b_S=$________________。这样我们就得到了关于两个未知变量的一个方程。为得到第二个方程，考虑 Lucy 的消费量。竞争性均衡时，苹果的总消费量等于其总供给量，香蕉的总消费量等于其总供给量。因此 Lucy 将消费 $12-a_S$ 个苹果和 ________________$-b_S$ 个香蕉。竞争性均衡时，Lucy 将选择在她的一个折点处消费。在 Lucy 每消费一个香蕉就消费 ________________ 个苹果的消费束中会出现折点。因此我们有 $(12-a_S)/(12-b_S)=$________________。

(c) 解上面得到的两个方程就可以求出竞争性均衡时 Linus 和 Lucy 消费的苹果和香蕉的量。Linus 将会消费多少个苹果和多少个香蕉? Lucy 将会消费多少个苹果和多少个香蕉?

解答

(a) 苹果与香蕉价格之比等于帕累托最优线的斜率，为

$$p_a/p_b=1/2$$

(b) Linus 初始禀赋为 $p_a\omega_{aS}+p_b\omega_{bS}=12p_b$，故竞争性均衡时，有 $p_a a_S+p_b b_S=12p_b$，从而预算约束为

$$a_S+2b_S=24$$

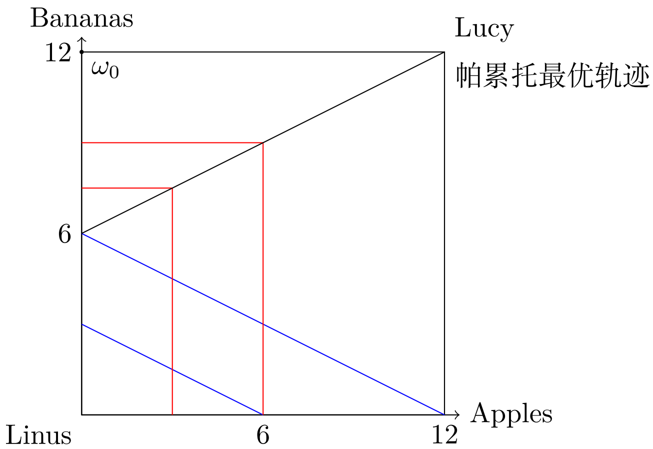
由于竞争性均衡时，总消费等于总供给，故 Lucy 消费 $12-a_S$ 个苹果和 $\mathbf{12-b_S}$ 个香蕉。

由图可知，Lucy 每消费一个香蕉就消费 **2** 个苹果，即

$$(12-a_S)/(12-b_S)=2$$

(c) 联立 $a_S+2b_S=24 \quad \& \quad (12-a_S)/(12-b_S)=2$ 得

$$a_S=6, b_S=9; \quad 12-a_S=6, 12-b_S=3$$



题目 32.7

Charlotte 喜欢吃苹果，不喜欢吃香蕉。她的效用函数是 $U(a,b) = a - \frac{1}{4}b^2$，其中 a 是她消费的苹果量，b 是她消费的香蕉量。Wilbur 苹果和香蕉都喜欢吃。他的效用函数是 $U(a,b) = a + 2\sqrt{b}$。Charlotte 的初始禀赋是 8 个香蕉，没有苹果；Wilbur 的初始禀赋是 16 个苹果和 8 个香蕉。

(a) 在下图中，用字母 E 标出初始禀赋点。用红笔画出 Charlotte 通过该点的无差异曲线。用蓝笔画出 Wilbur 通过该点的无差异曲线。

(b) 如果 Charlotte 不喜欢香蕉而 Wilbur 喜欢，那么在帕累托最优配置点上 Charlotte 会消费多少个香蕉？在右图中，用黑笔画出 Charlotte 和 Wilbur 的苹果和香蕉的帕累托最优配置点的轨迹。

(c) 已知竞争性均衡一定是帕累托最优的，并且每种商品的总消费量一定等于其总供给量，因此我们得到，竞争性均衡时，Wilbur 一定是消费 ______________ 个香蕉。如果 Wilbur 消费的香蕉量等于该值，那么他消费香蕉的边际效用等于 ______________ ，消费苹果的边际效用等于 ______________ 。如果以苹果为度量标准，那么使得他会正好消费 16 个香蕉的唯一的价格是 ______________ 。竞争性均衡时，在 Charlotte-Wilbur 经济中，Wilbur 将会消费 ______________ 个香蕉和 ______________ 个苹果；Charlotte 将会消费 ______________ 个香蕉和 ______________ 个苹果。

解答

(a) Charlotte: $a - \frac{1}{4}b^2 = -16$; Wilbur: $a + 2\sqrt{b} = 16$

(b) Charlotte 将消费 **0** 个香蕉，故帕累托最优轨迹为 $b_C = 0$

(c) 由于 Charlotte 消费 0 个香蕉，故 Wilbur 消费 **16** 个香蕉

此时 Wilbur 消费香蕉和苹果的边际效用分别为

$$\frac{\partial U}{\partial b}\Big|_{b=16} = \frac{1}{4}, \quad \frac{\partial U}{\partial a} = 1$$

在竞争性均衡中，Wilbur 的边际替代率（MRS）等于价格比 p_b/p_a：

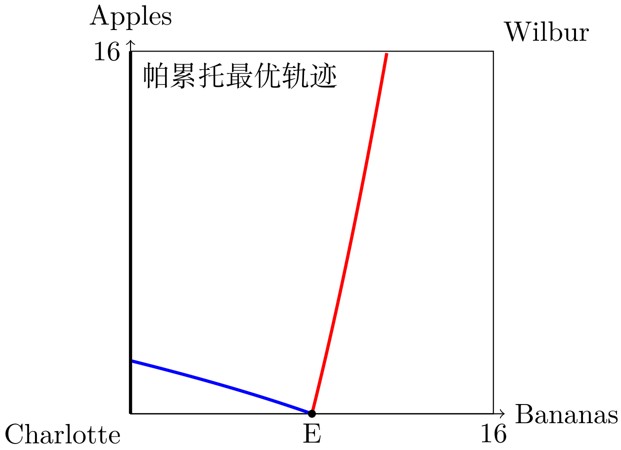
$$\frac{\partial U/\partial b}{\partial U/\partial a} = \frac{p_b}{p_a}, \quad \mathbf{\frac{p_b}{p_a} = \frac{1}{4}}$$

竞争性均衡时，由于 Charlotte 不喜欢香蕉，故必有 $b_W = 16, b_C = 0$

在价格 $(p_a, p_b) = (1, 1/4)$ 下，Wilbur 预算 $1 \cdot 16 + 1/4 \cdot 8 = 18$，Charlotte 预算 $1 \cdot 0 + 1/4 \cdot 8 = 2$

从而 $a_W = 18 - 1/4 \cdot 16 = 14, a_C = 2 - 1/4 \cdot 0 = 2$

故 Wilbur 将会消费 16 个香蕉和 14 个苹果，Charlotte 将会消费 0 个香蕉和 2 个苹果

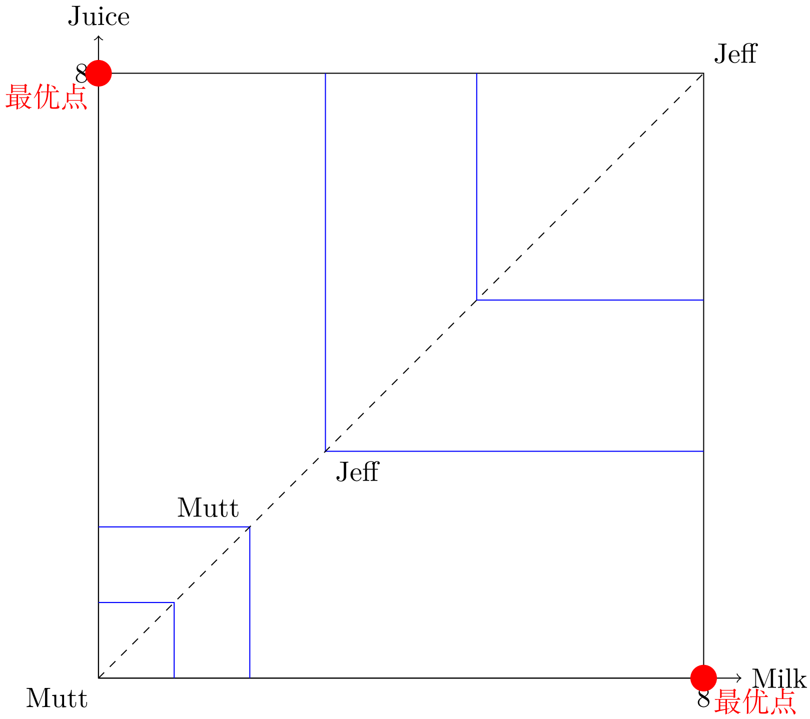


题目 32.8

Mutt 和 Jeff 可以分配 8 杯牛奶和 8 杯果汁。他们的效用函数相同，都可以表示为 $u(m, j) = \max\{m, j\}$，其中 m 是每个人得到的牛奶的量，j 是每个人得到的果汁的量。也就是说，他们都只在乎自己得到的量比较大的那种饮品，而不在乎得到的量比较小的那种饮品。

(a) 画出 Mutt 和 Jeff 的埃奇沃思方框图。用蓝笔画出两个人的几条无差异曲线。用红笔画出帕累托最优配置点的轨迹。（提示：寻找边界解。）

解答



题目 29.3

为了得知人们在博弈情况下事实上是如何行动的，经济学家和其他社会学家们经常组织一些实验，在这些实验中人们用钱来玩博弈。其中一个这样的博弈叫做“自愿公共商品博弈”。该博弈用来代表这样一些情形：在这些情形中，个人所采取的行动对他们自己来说成本很高，但是对整个社会却是有利的。

我们将在本题中分析一个只有两个参与人的自愿公共商品博弈。两个参与人被分置在不同的房间里，给每个参与人 10 美元。参与人有两种途径使用这笔钱。他可以自己“保留”这些钱，也可以把钱“捐”给一个“公共基金”。捐到公共基金的钱被乘以 1.6 后再在两个参与人之间进行平均分配。如果两个参与人都捐出自己的 10 美元，那么他们每个人都得到 $20 \times 1.6/2 = 16$ 美元。如果一个参与人捐而另一个不捐，那么他们两人分别从公共基金那里得到 $10 \times 1.6/2 = 8$ 美元，因此捐钱的一方在博弈的最后有 8 美元，而不捐钱的一方有 18 美元——他起初的 10 美元加上从公共基金那里得到的 8 美元。如果双方都不捐钱，他们就各自拥有自己起初的 10 美元。

考虑自愿公共商品博弈的更一般的情形。该博弈有 N 个参与人，每个人都可以选择捐给公共基金 10 美元或者不捐钱。所有捐给公共基金的钱将被乘以某个值 $B > 1$，然后再在所有的博弈参与人之间进行平均分配（包括那些没有捐钱的人）。这样，如果 N 个人都将自己的 10 美元捐给了公共基金，那么可以用来在 N 个人之间进行分配的钱就是 $10BN$ 美元，每个人从公共基金那里得到 $10BN/N = 10B$ 美元。

(a) 如果 $B > 1$，下面的哪个结果使得每个参与人得到的收益更高？所有的参与人都捐出 10 美元还是所有的参与人都不捐钱。

(b) 假设刚好有 K 个其他的参与人捐钱。如果你不捐，你将得到你的 10 美元加上你从公共基金那里得到的份额。这种情况下，你的收益是多少？如果你捐出你的 10 美元，那么选择捐钱的总人数是多少？你的收益将是多少？

(c) 如果 $B = 3$，$N = 5$，该博弈的占优策略均衡是什么？对这一答案进行解释。

(d) 通常，要使“不捐”成为一个占优策略，B 和 N 之间必须满足什么关系？

(e) 有时，最大化参与人绝对收益的行动不一定最大化其相对收益。考虑上面所描述的自愿公共商品博弈的一个例子，其中 $B = 6$，$N = 5$。假设 5 个参与人中有 4 个人捐出了自己的 10 美元，而第五个人没有捐钱。那么这四个捐钱者的收益各为多少？没有捐钱的参与人的收益是多少？在这群人中，谁的收益最高？如果第五个人不是保存自己的 10 美元，而是把它捐出去，这样五个人都捐了钱，此时第五个人的收益是多少？如果其他的四个人都捐钱，那么为了最大化自己的绝对收益，第五个人应该怎么做？为了最大化他相对于其他参与人的相对收益，他应该怎么做？

(f) 如果 $B = 6$，$N = 5$，该博弈的占优策略均衡是什么？请给出解释。

解答

(a) B > 1 时，所有人都捐款 vs 所有人都不捐款。设共有 N 个参与人，每人初始有 10 美元，公共基金的乘数$B > 1$。

若所有 N 个参与人都捐出 10 美元：

$$公共基金总额 = 10N \times B$$

每人从公共基金中分得：

$$\frac{10NB}{N} = 10B \text{ 美元}$$

每个参与人的总收益为 $10B$ 美元。

若所有 N 个参与人都不捐钱：每人自己保留 10 美元，公共基金总额为 0 美元。

每个参与人的总收益为 10 美元。

由于 $B > 1$，则 $10B > 10$。因此，所有参与人都捐出 10 美元的结果使得每个参与人得到的收益更高。

(b) K 个其他人捐款，你的决策和收益假设 K 个其他人捐款。你的决策如下：

若你不捐款：

$$U_{不捐} = 10 + \frac{10BK}{N}$$

若你捐款（此时共有 $K + 1$ 人捐款）：

$$U_{捐款} = \frac{10B(K + 1)}{N}$$

比较两种选择的收益，关键在于比较 10 和 $\frac{10B}{N}$：
- 若 $N > B$，则 $U_{不捐} > U_{捐款}$，不捐款是占优策略。
- 若 $N < B$，则 $U_{不捐} < U_{捐款}$，捐款是占优策略。
- 若 $N = B$，则 $U_{不捐} = U_{捐款}$，无严格占优策略。

(c) B=3, N=5 时的纳什均衡策略
给定 $B = 3, N = 5$。由于 $N = 5 > B = 3$，符合 $N > B$ 的情况。
此时，$10 > \frac{10B}{N} \implies 10 > \frac{10\times3}{5} \implies 10 > 6$。
因此，不捐款是每个参与人的占优策略。
纳什均衡是所有 5 个参与人都不捐款。
对任意参与者，其收益比较：

$$U_{不捐} = 10 + \frac{10\cdot3\cdot K}{5} = 10 + 6K$$
$$U_{捐款} = \frac{10\cdot3\cdot(K+1)}{5} = 6(K+1) = 6K + 6$$

因为 $10 + 6K > 6K + 6$，不捐款总是更优。

(d) 使" 不捐" 成为占优策略的条件
要使" 不捐" 成为占优策略，需要满足 $10 > \frac{10B}{N}$，即 $N > B$。

(e) 给定 $B = 6, N = 5$。
情形 1：4 人捐款，1 人不捐款
捐款者（共 4 人）的收益：
总捐款 $4 \times 10 = 40$。基金价值 $6 \times 40 = 240$。每人分得 $240/5 = 48$。
捐款者收益 $= 0 + 48 = 48$。
不捐款者（1 人）的收益：
保留 10。从基金分得 48。
不捐款者收益 $= 10 + 48 = 58$。
不捐款的人收益最高 $(58 > 48)$。
情形 2：4 人捐款，1 人也捐款
此时 $N = 5 < B = 6$，故 $10 < \frac{10B}{N} \implies 10 < \frac{10\times6}{5} \implies 10 < 12$。
捐款是占优策略。
设其他 4 人 $(K = 4)$ 捐款：
若第五个人不捐款：收益 $U_{不捐} = 10 + \frac{10\cdot6\cdot4}{5} = 10 + 48 = 58$。
若第五个人捐款：收益 $U_{捐款} = \frac{10\cdot6\cdot(4+1)}{5} = \frac{300}{5} = 60$。
<u>最大化绝对收益</u>：第五个人应选择捐款（$60 > 58$）。
<u>最大化相对</u>其他 4 位已捐款人的<u>收益</u>：
若不捐款：第五人得 58，其他捐款人各得 48。领先 $58 - 48 = 10$。
若捐款：第五人得 60，其他捐款人（此时共 5 人捐款）各得 60。领先 $60 - 60 = 0$。
故第五个人应选择不捐款。

(f) B=6, N=5 时的占优策略博弈
给定 $B = 6, N = 5$。如 (e) 分析，$N < B$ $(5 < 6)$，则捐款是占优策略。
比较任意参与者的收益（K 为其他捐款人数）：

$$U_{不捐} = 10 + 12K$$
$$U_{捐款} = 12K + 12$$

由于 $12K + 12 > 10 + 12K$，捐款是每个参与人的占优策略。
因此，纳什均衡是所有 5 个参与人都捐款 10 美元，每人收益为 60 美元。

题目 29.4

猎鹿博弈来自 Jean Jacques Rousseau《人类不平等的起源和基础论文集》(1754) 一书中的一个故事。这个故事大致是这样的：两个猎人准备去猎鹿。其中一人答应将鹿赶出森林，而另一个人则在鹿经过的地方守候。如果两个人都忠实地履行分配给自己的猎鹿任务，他们就肯定可以猎到鹿，并且每人分到一半的鹿。在打猎的过程中，每个猎人都有放弃猎鹿而去捕捉兔子的机会。如果某个猎人去捕兔而不是猎鹿，那么他肯定能够捉到兔子而鹿则肯定会逃走。每个猎人都更愿意分享鹿而不是自己得到一只兔子。下面的矩阵表示的是猎鹿博弈中的收益。如果两个猎人都猎鹿，他们各得到收益 4。如果两个猎人都捕兔，他们各得到收益 3。如果一个人猎鹿一个人捕兔，那么猎鹿的人得到 0 而捕兔的人得到 3。

猎鹿博弈

		猎人 B	
		猎鹿	捉兔
猎人 A	猎鹿	4,4	0,3
	捉兔	3,0	3,3

(a) 如果你确信另一个猎人会猎鹿，那么你的最优选择是什么？
(b) 如果你确信另一个猎人会捕兔，那么你的最优选择是什么？
(c) 在这一博弈中，任意一个猎人有占优策略吗？如果有，是什么？如果没有，请解释为什么没有。
(d) 这一博弈有两个纯策略的纳什均衡。这两个均衡是什么？
(e) 其中一个纳什均衡对两个猎人来说都比另一个纳什均衡更好吗？如果是的，哪一个是更好的均衡？
(f) 如果一个猎人认为另一个猎人有 1/2 的概率选择猎鹿，有 1/2 的概率选择捕兔，那么为最大化自己的期望收益，这个猎人应该怎么做？

解答

(a) 假设你是猎人 A，且确信猎人 B 选择“猎鹿”。
若猎人 A 选择“猎鹿”，收益为 4；若选择“猎兔”，收益为 3。
由于 $4 > 3$，猎人 A 的最优选择是**猎鹿**。

(b) 假设你是猎人 A，且确信猎人 B 选择“猎兔”。
若猎人 A 选择“猎鹿”，收益为 0；若选择“猎兔”，收益为 3。
由于 $3 > 0$，猎人 A 的最优选择是**猎兔**。

(c) **没有，任意一个猎人都没有占优策略**。
若猎人 B 选“猎鹿”，猎人 A 的最优选择是“猎鹿” $(4 > 3)$；
若猎人 B 选“猎兔”，猎人 A 的最优选择是“猎兔” $(3 > 0)$。
猎人 A 的最优选择取决于猎人 B 的选择，故猎人 A 没有占优策略。同理，猎人 B 也没有占优策略。

(d) 两个纯策略的纳什均衡
1. **(猎鹿, 猎鹿)**: 收益 (4,4)
若 A 选“猎鹿”，B 的最优选择是“猎鹿” $(4 > 3)$。若 B 选“猎鹿”，A 的最优选择是“猎鹿” $(4 > 3)$。此为纳什均衡。
2. **(猎兔, 猎兔)**: 收益 (3,3)
若 A 选“猎兔”，B 的最优选择是“猎兔” $(3 > 0)$。若 B 选“猎兔”，A 的最优选择是“猎兔” $(3 > 0)$。此为纳什均衡。
两个纯策略纳什均衡是 **(猎鹿, 猎鹿)** 和 **(猎兔, 猎兔)**。

(e) 其中一个纳什均衡对两个猎人来说都比另一个纳什均衡更好吗？
比较两个纳什均衡的收益：
- (猎鹿, 猎鹿): 双方收益均为 4。
- (猎兔, 猎兔): 双方收益均为 3。
由于 $4 > 3$，纳什均衡 **(猎鹿, 猎鹿)** 对两个猎人来说都更好。

(f) 如果一个猎人认为另一个猎人有 1/2 的概率选择猎鹿，1/2 的概率选择猎兔，这个猎人应该怎么做?
设猎人 B 选择“猎鹿”的概率 $P(\text{B 选猎鹿}) = 1/2$，选择“猎兔”的概率 $P(\text{B 选猎兔}) = 1/2$。
计算猎人 A 选择不同策略的期望收益:
- 猎人 A 选择“猎鹿”的期望收益 $E_A(\text{猎鹿})$:

$$E_A(\text{猎鹿}) = (1/2) \times 4 + (1/2) \times 0 = 2$$

- 猎人 A 选择“猎兔”的期望收益 $E_A(\text{猎兔})$:

$$E_A(\text{猎兔}) = (1/2) \times 3 + (1/2) \times 3 = 3$$

由于 $E_A(\text{猎兔}) = 3 > E_A(\text{猎鹿}) = 2$，为了最大化期望收益，这个猎人应该选择**猎兔**。

题目 29.8

Yogi 酒吧烤肉店很受那些喜欢安静、不爱交际的人的喜爱。如果 Yogi 的固定顾客预计当天 Yogi 的人数为 X，那么出现在 Yogi 的顾客人数 Y 将是以下两个数中较大的那个数，即 $120-2X$ 和 0，也就是说 $Y=\max\{120-2X,0\}$。

(a) 求 Yogi 均衡的顾客人数。在下面的坐标系中画出能够描述这一均衡的图形。

(b) 假设人们预计任意一晚的顾客人数都与前一天晚上的顾客人数相等。若开业的第一天，Yogi 的顾客人数为 50 人，则第二天将有多少顾客光临 Yogi？第三天呢？第四天呢？第五天呢？第六天呢？第九十九天呢？第一百天呢？

(c) 如果至少有一位 Yogi 的顾客记得超过一天或者两天的事情，那么你认为该模型有什么错误的地方呢？

解答

(a) Yogi 均衡的顾客人数及图形描述

均衡时，预期的顾客人数 X 等于实际的顾客人数 Y，即 $X=Y$。

顾客人数函数为 $Y=\max\{120-2X,0\}$。

因此，均衡条件为 $X=\max\{120-2X,0\}$。

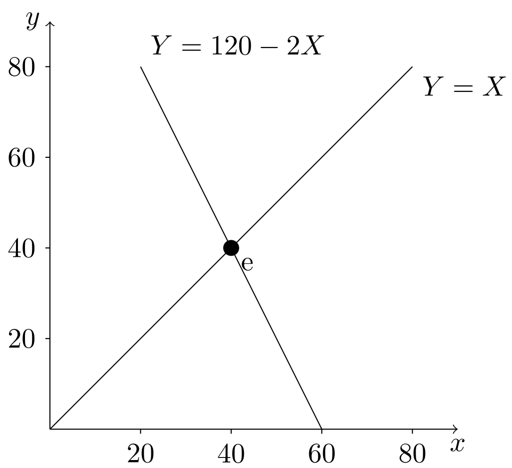
分情况讨论：

1. 如果 $120-2X\geq 0$，即 $X\leq 60$：
   此时 $X=120-2X$。
   解得 $3X=120 \implies X=40$。
   由于 $40\leq 60$，该解有效。此时 $Y=120-2(40)=40$。
   所以 $(X,Y)=(40,40)$ 是一个均衡点。

2. 如果 $120-2X<0$，即 $X>60$：
   此时 $Y=0$。均衡条件为 $X=0$。
   这与 $X>60$ 的前提条件矛盾，因此无解。

所以，Yogi 均衡的顾客人数是 40 人。

图像如下：



(b) 顾客人数随时间的变化

设 Y_t 为第 t 天的顾客人数。预期第 $t+1$ 天的顾客人数 $X_{t+1}=Y_t$。

实际第 $t+1$ 天的顾客人数 $Y_{t+1}=\max\{120-2X_{t+1},0\}=\max\{120-2Y_t,0\}$。

已知第一天 $Y_1=50$。

计算各天的顾客人数：

- **第二天** (Y_2): $X_2=Y_1=50$。
  $Y_2=\max\{120-2(50),0\}=\max\{20,0\}=20$ 人。

- **第三天** (Y_3): $X_3=Y_2=20$。
  $Y_3=\max\{120-2(20),0\}=\max\{80,0\}=80$ 人。

- **第四天** (Y_4): $X_4 = Y_3 = 80$。
  $Y_4 = \max\{120 - 2(80), 0\} = \max\{-40, 0\} = 0$ 人。
- **第五天** (Y_5): $X_5 = Y_4 = 0$。
  $Y_5 = \max\{120 - 2(0), 0\} = \max\{120, 0\} = 120$ 人。
- **第六天** (Y_6): $X_6 = Y_5 = 120$。
  $Y_6 = \max\{120 - 2(120), 0\} = \max\{-120, 0\} = 0$ 人。
- **后续天数**: 从第四天开始，顾客人数在 0 和 120 之间交替变化。

具体结果：

- **第九十九天** (Y_{99}): 99 是奇数，$Y_{99} = 120$ 人。
- **第一百天** (Y_{100}): 100 是偶数，$Y_{100} = 0$ 人。

(c) 模型可能存在的错误之处
如果顾客记得超过一天的事情，模型的主要错误在于其**预期形成机制过于简单**：

- 模型假设顾客对下一天人数的预期 (X_{t+1}) 仅基于前一天实际人数 (Y_t)，即"朴素预期"。这忽略了顾客可能利用更长时间记忆进行预测。
- 有记忆的顾客可能会采用更复杂的预测方法（如适应性预期），而非简单地将前一天人数作为预期。
- 模型预测从第四天起人数在 0 和 120 之间剧烈摆动，这在现实中可能因顾客的不确定感而不会发生。
- 模型在多数初始条件下不趋向稳定均衡点 40 人。有记忆的顾客可能通过调整预期，使系统更趋向稳定。

总之，如果顾客拥有超过一天的记忆，他们可能会形成更复杂的预期，从而导致与模型预测不同的顾客人数动态。