《中级微观经济学》PS3

授课教师：徐化愚　　学生姓名：岳羽辰　　学号：2310120106

Due：2025.4.9

题目：Homework 6

Maude's preferences for delphiniums and hollyhocks can be represented by the utility function $u(d,h) = d + h$, where d is the number of delphiniums and h is the number of hollyhocks she buys. Maude has \$12 to spend. Initially, delphiniums cost \$2 each and hollyhocks cost \$3 each, but then the price of delphiniums rose to \$4. Calculate the compensating variation(CV) and equivalent variation(EV) for this price change.

Maude 对飞燕草 (delphiniums) 和锦葵 (hollyhocks) 的偏好可以用效用函数 $u(d,h) = d + h$ 来表示，其中 d 是飞燕草的数量，h 是锦葵的数量。她的预算是 12 元。最初，飞燕草每棵 2 元，锦葵每棵 3 元，但后来飞燕草的价格涨到了 4 元。试计算这个价格变化的补偿变化 (CV) 和等价变化 (EV)。

解答

(1) **初始最优选择**

Maude 的效用函数为 $u(d,h) = d + h$，预算为 12 元。初始价格为飞燕草 $p_d = 2$ 元/棵，锦葵 $p_h = 3$ 元/棵。

由于 $p_d < p_h$，Maude 会选择全部购买飞燕草以最大化效用。预算约束为：

$$2d = 12 \implies d = 6$$

初始效用为：

$$u = 6 + 0 = 6$$

(2) **价格变化后的最优选择**

飞燕草价格涨至 $p'_d = 4$ 元/棵，此时 $p'_d > p_h$，Maude 会选择全部购买锦葵。预算约束为：

$$3h = 12 \implies h = 4$$

新效用为：

$$u = 0 + 4 = 4$$

(3) **补偿变化 (CV)**：在新价格下，需要补偿 Maude 多少钱才能让她恢复到初始效用 $u = 6$。

在新价格下，达到效用 $u = 6$ 的最小支出为：

$$\min_{d,h} \quad 4d + 3h \quad \text{subject to} \quad d + h = 6$$

由于 $p'_d > p_h$，最优选择为 $h = 6$，$d = 0$。最小支出为：

$$3 \times 6 = 18 \text{ 元}$$

补偿变化为：

$$CV = 18 - 12 = 6 \text{ 元}$$

(4) **等价变化 (EV)**：在初始价格下，需要拿走 Maude 多少钱才能让她在初始价格下达到新效用 $u = 4$。

在初始价格下，达到效用 $u = 4$ 的最小支出为：

$$\min_{d,h} \quad 2d + 3h \quad \text{subject to} \quad d + h = 4$$

由于 $p_d < p_h$，最优选择为 $d = 4$，$h = 0$。最小支出为：

$$2 \times 4 = 8 \text{ 元}$$

等价变化为：

$$EV = 12 - 8 = 4 \text{ 元}$$

题目：Homework 7

The number of bottles of artisanal maple syrup demanded per year is $D(p) = 180 - p^2$. The number of bottles supplied is $S(p) = 3p$. Find the equilibrium price and quantity. What is the elasticity of demand in this equilibrium?

Suppose that the government introduces a new subsidy such that in addition to the price paid by consumers, the government pays suppliers \$$x$ per bottle sold. Find the new supply function for maple syrup, and calculate the equilibrium price of syrup as a function of the subsidy, x. If the amount of the subsidy is \$1.80 per bottle, what is the price paid by consumers and the price received by the suppliers (rounded to the nearest cent)? Please show your work and explain your answers.

每年对手工枫糖浆的需求量为 $D(p) = 180 - p^2$，供应量为 $S(p) = 3p$。

(1) 请求出均衡价格和均衡数量，并计算需求在均衡点的弹性。

(2) 假设政府引入了一项新补贴，除了消费者支付的价格外，政府每瓶额外支付供应商 \$$x$。请求出新的供应函数，并计算枫糖浆的均衡价格 (即关于补贴 x 的函数)。如果补贴金额为每瓶 \$1.80，消费者支付的价格和供应商收到的价格分别是多少（保留到 \$0.01）？请说明理由。

解答

(1) 需求函数为 $D(p) = 180 - p^2$，供给函数为 $S(p) = 3p$。均衡条件为需求等于供给：

$$D(p) = S(p) \implies 180 - p^2 = 3p$$

解二次方程并取正根：

$$p = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 + 4 \cdot 180}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{-3 \pm 27}{2} = -15(\text{舍})\ or\ 12$$

均衡价格为 $p = 12$，**均衡数量**为：

$$D(12) = 180 - 12^2 = 180 - 144 = 36$$

需求弹性公式为：

$$\varepsilon_d = \frac{dD}{dp} \cdot \frac{p}{D}$$

在均衡点 $p = 12$ 和 $D = 36$ 时：

$$\varepsilon_d = -2 \cdot 12 \cdot \frac{12}{36} = -24 \cdot \frac{1}{3} = -8$$

需求弹性为 -8。

(2) 补贴后，供应商每瓶额外收到 \$$x$，因此新的供应函数为：

$$S(p) = 3(p + x)$$

新的均衡条件为：

$$180 - p^2 = 3(p + x)$$

解二次方程并取正根：

$$p = \frac{-3 \pm \sqrt{729 - 12x}}{2} = \frac{-3 + \sqrt{729 - 12x}}{2}$$

当补贴 $x = 1.80$ 时：

$$p = \frac{-3 + \sqrt{729 - 12 \cdot 1.80}}{2} = \frac{-3 + \sqrt{729 - 21.6}}{2} = \frac{-3 + \sqrt{707.4}}{2}$$

计算平方根：

$$\sqrt{707.4} \approx 26.60$$

代入：

$$p \approx \frac{-3 + 26.60}{2} = \frac{23.60}{2} = 11.80$$

消费者支付的价格为 \$11.80，供应商收到的价格为：

$$p + x = 11.80 + 1.80 = 13.60$$

题目 14.3

Quasimodo 消费耳塞和其他商品。他对耳塞数量 x 和其他商品上所花的钱 y 的效用函数 $u(x,y) = 100x - x^2/2 + y$。

(a) Quasimodo 的效用函数是哪一种类型的?

(b) 他对耳塞的反需求曲线是什么?

(c) 如果耳塞的价格是 \$50，则他会消费多少单位的耳塞?

(d) 如果耳塞的价格是 \$80，则他会消费多少单位的耳塞?

(e) 假设他每月共有 \$4000 可以花。如果耳塞的价格是 \$50，则他消费耳塞和其他商品的总效用是多少?

(f) 如果耳塞的价格是 \$80，则他消费耳塞和其他商品的总效用是多少?

(g) 当价格从 \$50 增加到 \$80 时，效用减少了多少?

(h) 当价格从 \$50 增加到 \$80 时，消费者净剩余的变化量是多少?

解答

(a) 属于**拟线性效用函数**，因为耳塞的效用部分

$$v(x) = 100x - \frac{x^2}{2}$$

是非线性的，而其他商品的效用部分 y 是线性的，服从形式:

$$u(x,y) = v(x) + y$$

(b) 反需求曲线表示消费者在不同效用水平下愿意支付的价格。最大化效用函数:

$$u(x,y) = 100x - \frac{x^2}{2} + y$$

在预算约束 $px + y = m$ 下，其中 p 是耳塞的价格，m 是收入。将 $y = m - px$ 代入效用函数:

$$u(x) = 100x - \frac{x^2}{2} + m - px$$

对 x 求导并令导数为零:

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = 100 - x - p = 0 \implies x = 100 - p$$

反需求曲线为:

$$p(x) = 100 - x$$

(c) 根据反需求曲线:

$$x = 100 - p = 100 - 50 = 50$$

消费耳塞的数量为 50。

(d) 根据反需求曲线:

$$x = 100 - p = 100 - 80 = 20$$

消费耳塞的数量为 20 单位。

(e) 当 $p = 50$ 时，消费耳塞 $x = 50$，其他商品支出:

$$y = 4000 - 50 \times 50 = 4000 - 2500 = 1500$$

总效用为:

$$u = 100 \times 50 - \frac{50^2}{2} + 1500 = 5000 - 1250 + 1500 = 5250$$

(f) 当 $p = 80$ 时，消费耳塞 $x = 20$，其他商品支出:

$$y = 4000 - 80 \times 20 = 4000 - 1600 = 2400$$

总效用为:

$$u = 100 \times 20 - \frac{20^2}{2} + 2400 = 2000 - 200 + 2400 = 4200$$

(g) 效用减少量为:

$$\Delta u = 4200 - 5250 = -1050$$

效用减少了 1050。

(h)

初始价格 $p = 50$ 时的消费者净剩余：

消费耳塞数量 $x = 50$，消费者净剩余为：

$$CS_{\text{initial}} = \int_0^{50} (100 - t)\, dt - 50 \cdot 50$$

计算积分：

$$\int_0^{50} (100 - t)\, dt = \left[100t - \frac{t^2}{2}\right]_0^{50} = 100 \cdot 50 - \frac{50^2}{2} = 5000 - 1250 = 3750$$

消费者净剩余：

$$CS_{\text{initial}} = 3750 - 2500 = 1250$$

新价格 $p = 80$ 时的消费者净剩余：

消费耳塞数量 $x = 20$，消费者净剩余为：

$$CS_{\text{new}} = \int_0^{20} (100 - t)\, dt - 80 \cdot 20$$

计算积分：

$$\int_0^{20} (100 - t)\, dt = \left[100t - \frac{t^2}{2}\right]_0^{20} = 100 \cdot 20 - \frac{20^2}{2} = 2000 - 200 = 1800$$

消费者净剩余：

$$CS_{\text{new}} = 1800 - 1600 = 200$$

消费者净剩余的变化量：

$$\Delta CS = CS_{\text{new}} - CS_{\text{initial}} = 200 - 1250 = -1050$$

消费者净剩余减少了 1050。

题目 14.7

Lolita 是一头牛，只吃两种食物，饲料和干草。她的偏好由效用函数 $u(x,y)=x-x^2/2+y$ 表示，其中 x 是饲料的消费量，y 是干草的消费量。她学过预算和最优化的技巧，总能在其预算约束下最大化自己的效用。其收入是 \$m，她可以按照自己的意愿把钱花在饲料和干草上。干草的价格恒为 \$1，饲料的价格用 p 表示，且 $0<p\leq 1$。

(a) 写出 Lolita 关于饲料的反需求函数。(提示：Lolita 的效用函数是拟线性的。当 y 是计价物并且 x 的价格是 p 时，拟线性效用 $f(x)+y$ 的反需求函数可通过求 $p=f'(x)$ 得到)

(b) 如果牛饲料的价格是 p，Lolita 的收入是 m，她会选择多少干草?(提示：她的钱不是花在饲料上就是在干草上)

(c) 将这些值代入她的效用函数，求出她在这一价格和收入下能够达到的效用水平。

(d) 假设 Lolita 每天的收入是 \$3，饲料的价格是 \$0.50。她会选哪种消费束? 如果牛饲料的价格涨到 \$1，则她会选哪种消费束?

(e) 为避免牛饲料价格上涨到 \$1，Lolita 愿意支出多少钱? 这是收入的补偿变化还是等价变化?

(f) 假设牛饲料的价格涨到了 \$1。为使她与原价格下的状况一样好，必须再给 Lolita 多少钱? 该值是补偿变化还是等价变化? 比较补偿变化和等价变化的大小。

(g) 在价格是 \$0.5，收入是 \$3 时，Lolita 的消费者净剩余是多少?

解答

(a)Lolita 的效用函数为：

$$u(x,y)=x-x^2/2+y$$

其中 x 是饲料的消费量，y 是干草的消费量。由于效用函数是拟线性的，反需求函数可以通过对饲料部分求导得到：

$$p=\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}=1-x$$

因此，反需求函数为：

$$p(x)=1-x$$

(b)Lolita 的预算约束为：

$$px+y=m$$

由于效用函数是拟线性的，最优选择是将所有收入用于饲料和干草。根据反需求函数：

$$x=1-p$$

代入预算约束：

$$p(1-p)+y=m \implies y=m-p(1-p)$$

因此，干草的消费量为：

$$y=m-p+p^2$$

(c) 将 $x=1-p$ 和 $y=m-p+p^2$ 代入效用函数：

$$u=(1-p)-\frac{(1-p)^2}{2}+(m-p+p^2)=m+\frac{1}{2}-p+\frac{p^2}{2}$$

(d) 当 $m=3$，$p=0.5$ 时：

$$x=1-0.5=0.5$$

$$y=3-0.5+(0.5)^2=3-0.5+0.25=2.75$$

消费束为 $(x,y)=(0.5,2.75)$。

当 $m=3, p=1$ 时：

$$x=1-1=0$$

$$y=3-1+1^2=3-1+1=3$$

消费束为 $(x,y)=(0,3)$。

(e) 为了避免饲料价格上涨到 1 美元，Lolita 愿意支付的金额是补偿变化（CV）。初始效用为：

$$u_{\text{initial}} = 3 + \frac{1}{2} - 0.5 + \frac{(0.5)^2}{2} = 3 + 0.5 - 0.5 + 0.125 = 3.125$$

新效用为：

$$u_{\text{new}} = 3 + \frac{1}{2} - 1 + \frac{1^2}{2} = 3 + 0.5 - 1 + 0.5 = 3$$

补偿变化是使她在新价格下恢复初始效用所需的收入增加量：

$$m' = u_{\text{initial}} - \frac{1}{2} + p - \frac{p^2}{2}$$

代入 $p = 1$ 和 $u_{\text{initial}} = 3.125$：

$$m' = 3.125 - 0.5 + 1 - 0.5 = 3.125$$

补偿变化为：

$$CV = m' - m = 3.125 - 3 = 0.125$$

Lolita 愿意支付 0.125 美元，这是补偿变化。

(f) 为使她与原价格下的状况一样好，需要计算等价变化（EV）。初始效用为 3.125，新效用为 3。等价变化是使她在初始价格下达到新效用所需的收入减少量：

$$m'' = u_{\text{new}} - \frac{1}{2} + p - \frac{p^2}{2}$$

代入 $p = 0.5$ 和 $u_{\text{new}} = 3$：

$$m'' = 3 - 0.5 + 0.5 - 0.125 = 3 - 0.125 = 2.875$$

等价变化为：

$$EV = m - m'' = 3 - 2.875 = 0.125$$

需要再给 0.125 美元，这是等价变化。补偿变化和等价变化相等。

(g) 消费者净剩余（CS）是需求曲线以下、实际价格线以上的区域面积。对于反需求函数 $p(x) = 1 - x$，当 $p = 0.5$ 时：

$$x = 1 - 0.5 = 0.5$$

消费者净剩余为：

$$CS = \int_0^{0.5} (1 - t)\, dt - 0.5 \cdot 0.5$$

计算积分：

$$\int_0^{0.5} (1 - t)\, dt = \left[t - \frac{t^2}{2} \right]_0^{0.5} = 0.5 - \frac{0.25}{2} = 0.5 - 0.125 = 0.375$$

消费者净剩余为：

$$CS = 0.375 - 0.25 = 0.125$$

题目 15.5
对奶酪的需求函数是 $q(p)=(p+1)^{-2}$。
(a) 价格为 p 时需求的价格弹性是多少?
(b) 价格等于多少时对奶酪的需求价格弹性为 -1?
(c) 写出销售奶酪得到的总收入的表达式 (关于价格的函数)。运用微积分求出使收入最大化的价格，注意检验二阶条件。
(d) 假设对奶酪的需求函数形式是更为一般的 $q(p)=(p+a)^{-b}$, 其中 $a>0, b>1$。计算价格为 p 时需求的价格弹性。价格等于多少时需求的价格弹性为 -1?

解答

(a) 价格为 p 时需求的价格弹性

需求函数为:

$$q(p)=(p+1)^{-2}$$

需求的价格弹性公式为:

$$\varepsilon=\frac{dq}{dp}\cdot\frac{p}{q}$$

首先计算导数:

$$\frac{dq}{dp}=-2(p+1)^{-3}$$

代入弹性公式:

$$\varepsilon=-2(p+1)^{-3}\cdot\frac{p}{(p+1)^{-2}}=-2\cdot\frac{p}{p+1}$$

价格弹性为:

$$\varepsilon=-\frac{2p}{p+1}$$

(b) 价格等于多少时对奶酪的需求价格弹性为 -1?

令弹性等于 -1:

$$-\frac{2p}{p+1}=-1 \implies \frac{2p}{p+1}=1$$

解方程:

$$2p=p+1 \implies p=1$$

当价格为 1 时，需求价格弹性为 -1。

(c) 总收入的表达式及收入最大化价格

总收入函数为:

$$R(p)=p\cdot q(p)=p\cdot(p+1)^{-2}$$

求导并令导数为零:

$$R'(p)=(p+1)^{-2}+p\cdot(-2)(p+1)^{-3}=(p+1)^{-3}\left[(p+1)-2p\right]=(p+1)^{-3}(1-p)$$

令 $R'(p)=0$:

$$1-p=0 \implies p=1$$

检查二阶导数:

$$R''(p)=-3(p+1)^{-4}(1-p)+(p+1)^{-3}(-1)$$

在 $p=1$ 处:

$$R''(1)=-3(2)^{-4}(0)+(2)^{-3}(-1)=-\frac{1}{8}<0$$

因此，$p=1$ 是收入最大化的价格。

(d) 更一般的需求函数的弹性分析

需求函数为:

$$q(p) = (p+a)^{-b}$$

价格弹性公式为:

$$\epsilon = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q}$$

计算导数:

$$\frac{dq}{dp} = -b(p+a)^{-b-1}$$

代入弹性公式:

$$\epsilon = -b(p+a)^{-b-1} \cdot \frac{p}{(p+a)^{-b}} = -b \cdot \frac{p}{p+a}$$

令弹性等于 -1:

$$-b \cdot \frac{p}{p+a} = -1 \implies \frac{bp}{p+a} = 1$$

解方程:

$$bp = p + a \implies p(b-1) = a \implies p = \frac{a}{b-1}$$

当价格为 $\frac{a}{b-1}$ 时，需求价格弹性为 -1。

题目 15.10

某校足球场可容纳 100000 人，体育指导正在盘算从扩张足球场容量的三个方案中所能得到的额外收入，现在面临的需求函数为 $q(p) = 300000 - 10000p$。

(a) 如果他将运动场的容量增加 1000 个新座位，并将门票价格调整到最大化其收入的水平上，那么该体育指导从每场比赛的门票销售中增加的总收入是多少?

(b) 如果他增加 50000 个新座位呢? 增加 60000 个新座位呢?(提示：该体育指导仍然想最大化其收入。)

(c) 一热心校友愿修建一个体育指导想要的大运动场，并把它捐给学校。只有一个附加条件，体育指导必须将票价定在能使运动场坐满的水平上。如果体育指导想要最大化其门票销售的收入，他应该选择多大的运动场?

解答

(a)

总收入：

$$R(p) = p \cdot q(p) = -10000p^2 + 300000p = -10000(p-15)^2 + 2250000$$

扩建前，$q(p) \leq 100000$ 从而 $p \geq 20$：

$$R(p)_{\max} = R(20) = 2000000$$

扩建后，$q(p) \leq 101000$ 从而 $p \geq 19.9$：

$$R(p)_{\max} = R(19.9) = 2009900$$

故从每场比赛的门票销售中增加的总收入：

$$\Delta R(p) = 9900$$

(b)

扩容 50000，$q(p) \leq 150000$ 从而 $p \geq 15$：

$$R(p)_{\max} = R(15) = 2250000$$

扩容 60000，$q(p) \leq 160000$ 从而 $p \geq 14$：

$$R(p)_{\max} = R(15) = 2250000$$

两种措施增加总收入均为：

$$\Delta R(p) = 250000$$

(c)

由

$$R(p) = -10000(p-15)^2 + 2250000$$

知，当 $p = 15$，$q(p) = 150000$ 时总收入最大化

故选包含 150000 座位的足球场，刚好坐满

题目 16.6

Schrecklich 作品的世界总收藏量是 100 幅，LaMerde 作品的世界总收藏量是 150 幅。收藏家对 Schrecklich 作品的需求函数是 $D_S(P)=200-4P_S-2P_L$，对 LaMerde 作品的需求函数是 $D_S(P)=200-3P_L-P_S$，其中 P_S 和 P_L 分别是 Schrecklich 和 LaMerde 作品的美元价格。

(a) 写出两个表示均衡状态的联立方程。均衡状态下，每位画家作品的需求都等于供给。

(b) 解这两个方程，Schrecklich 作品和 LaMerde 作品的均衡价格分别是多少？

(c) 在下图中，画出一条直线，该直线表示的是使得 Schrecklich 作品的需求等于供给的所有 P_L 和 P_S 的组合。再画出另一条直线，该直线表示的是使得 LaMerde 作品的需求等于供给的所有 P_L 和 P_S 的组合。用字母 E 标出使得两个市场都出清的唯一的价格组合。

(d) 密歇根州 Hamtramck 的某个保龄球场发生了一场大火，这场火烧毁了 10 幅 Schrecklich 作品。大火之后，Schrecklich 作品和 LaMerde 作品的均衡价格分别是多少？

(e) 在你所画的图中，用红笔画一条直线，该直线表示的是使得 Schrecklich 作品的需求等于其新供给的所有价格组合的轨迹。在图中，用 E' 标出新的均衡价格组合。

解答

(a) 均衡状态的联立方程

$$\begin{cases} 200-4P_S-2P_L=100 \\ 200-3P_L-P_S=150 \end{cases}$$

(b) 均衡价格的求解

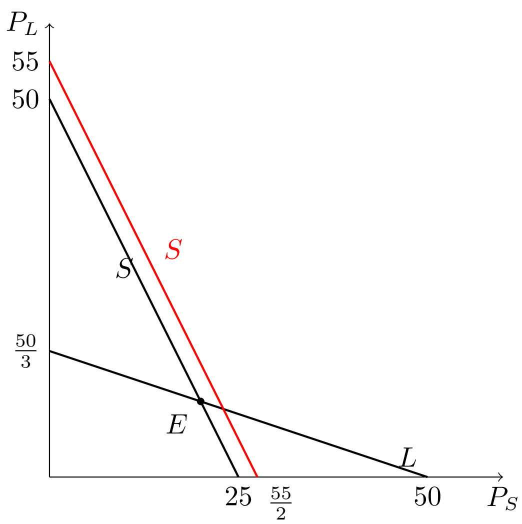
从第一个方程：$200-4P_S-2P_L=100 \implies 4P_S+2P_L=100 \implies 2P_S+P_L=50 \quad (1)$

从第二个方程：$200-3P_L-P_S=150 \implies P_S+3P_L=50 \quad (2)$

解联立方程 (1) 和 (2)，解得均衡价格为：

$$P_S=20, \quad P_L=10$$

(c)(e) 图形表示



(d) 供给减少后的均衡价格

Schrecklich 作品的供给减少到 90 幅，新的均衡条件为：$200-4P_S-2P_L=90 \implies 2P_S+P_L=55 \quad (3)$

LaMerde 作品的均衡条件仍为：$P_S+3P_L=50 \quad (2)$

解联立方程 (3) 和 (2)，新的均衡价格为：

$$P_S=23, \quad P_L=9$$

题目 16.11

Kanuta 国王统治着一个热带的小岛 Nutting Atoll, 该岛的主要作物是椰子。如果椰子的价格是 P, 则 Kanuta 国王的臣民每周将需要 $D(P) = 1200 - 100P$ 单位的椰子用于自身消费。该岛的椰子种植者每周供应的椰子的量为 $S(P) = 100P$。

(a) 椰子的均衡价格是多少? 均衡的供给量是多少?

(b) 一天，Kanuta 国王决定对其臣民征税，以便为王室储备椰子。国王要求，每个臣民每消费 1 单位椰子的同时必须给予国王 1 单位的椰子作为税收。这样，如果某个臣民自己需要 5 单位的椰子，他就必须购买 10 单位的椰子并将其中的 5 单位给予国王。如果卖方接受的价格是 P_s, 那么某个臣民为获得额外一单位的椰子供自己消费要花费多少?

(c) 如果支付给供给方的价格是 P_s, 国王的臣民用于自身消费的椰子的需求量是多少?(提示：用 P_s 来表示 P_d, 并将其代入需求函数。)

(d) 因为其臣民每消费一单位的椰子国王就消费一单位的椰子，因此国王与其臣民的需求总量是其臣民需求量的两倍。这样，当供给方接受的价格是 P_s 时，国王及其臣民每周需求的椰子的总量是多少?

(e) 解出 P_s 的均衡值, 椰子均衡的生产总量, 臣民消费的椰子的均衡总量。

(f) Kanuta 国王的臣民对给予国王额外 1 单位的椰子十分不满，革命的消息传遍了整个王宫。因为担心这种敌对的气氛，国王改变了椰子税的政策。现在，卖椰子的店主必须支付这一税收。每销售 1 单位的椰子给消费者，店主必须给予国王 1 单位的椰子。这项措施使得臣民获得的椰子数是多少? 支付这一税收给国王之后，店主从每单位椰子的销售中得到多少收入? 而消费者为每单位椰子支付的价格是多少?

解答

(a) 均衡价格与均衡供给

均衡条件为:

$$D(P) = S(P) \implies 1200 - 100P = 100P$$

解得:

$$200P = 1200 \implies P = 6$$

均衡价格为 $P = 6$，均衡供给量为:

$$S(6) = 100 \times 6 = 600$$

(b) 向臣民征税，臣民的花费

国王征税后，臣民每消费 1 单位椰子，需要购买 2 单位。设卖方接受的价格为 P_s，臣民支付的价格为 P_d。因此:

$$P_d = 2P_s$$

(c) 向臣民征税，臣民的需求

臣民的实际支付价格为 $P_d = 2P_s$，代入需求函数:

$$D(P_d) = 1200 - 100 \times 2P_s = 1200 - 200P_s$$

(d) 国王及其臣民每周需求的椰子总量

国王的需求量与臣民相同，因此总需求量为:

$$D_{\text{total}} = 2 \times D(P_d) = 2 \times (1200 - 200P_s) = 2400 - 400P_s$$

(e) 均衡解

供给函数仍为:

$$S(P_s) = 100P_s$$

均衡条件为:

$$2400 - 400P_s = 100P_s$$

解得:

$$500P_s = 2400 \implies P_s = 4.8$$

均衡生产总量为:

$$S(4.8) = 100 \times 4.8 = 480$$

臣民消费的椰子总量为:

$$D(P_d) = 1200 - 200 \times 4.8 = 1200 - 960 = 240$$

(f) 新税收政策下的情况

店主每销售 1 单位椰子给消费者，必须给予国王 1 单位。设消费者支付的价格为 P_d，店主实际得到的价格为 P_s。

$$Q_{\text{total}} = S(P_s) = 2D(P_d)$$

且:

$$P_d = 2P_s$$

代入需求函数:

$$D(P_d) = 1200 - 100 \times 2P_s = 1200 - 200P_s$$

总需求量为:

$$Q_{\text{total}} = 2 \times D(P_d) = 2400 - 400P_s$$

供给函数为:

$$S(P_s) = 100P_s$$

均衡条件为:

$$2400 - 400P_s = 100P_s$$

解得:

$$500P_s = 2400 \implies P_s = 4.8$$

消费者支付的价格为:

$$P_d = 2 \times 4.8 = 9.6$$

臣民获得的椰子数为:

$$D(P_d) = 1200 - 200 \times 4.8 = 1200 - 960 = 240$$

店主从每单位销售中获得的收入为 $P_s = 4.8$，消费者为每单位椰子支付的价格为 $P_d = 9.6$。